

# **Wykład V**

## **Oddziaływanie światła z materią**

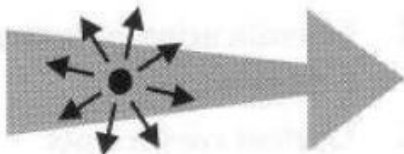
# Oddziaływanie światła z materią

refraction



**Załamanie – zmniejszenie prędkości światła w ośrodku; intensywność pozostaje bez zmian. Załamanie opisuje prawo Sneliusa.**

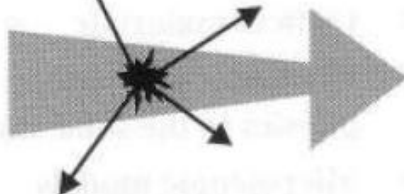
absorption and  
luminescence



**Absorpcja – jeśli częstość światła jest bliska częstości przejść optycznych w ośrodku; intensywność światła maleje.**

**Luminescencja – emisja światła przez wzbudzony ośrodek; nie zawsze towarzyszy absorpcji, ponieważ zmagazynowana energia może zostać zamieniona na ciepło zanim nastąpi emisja.**

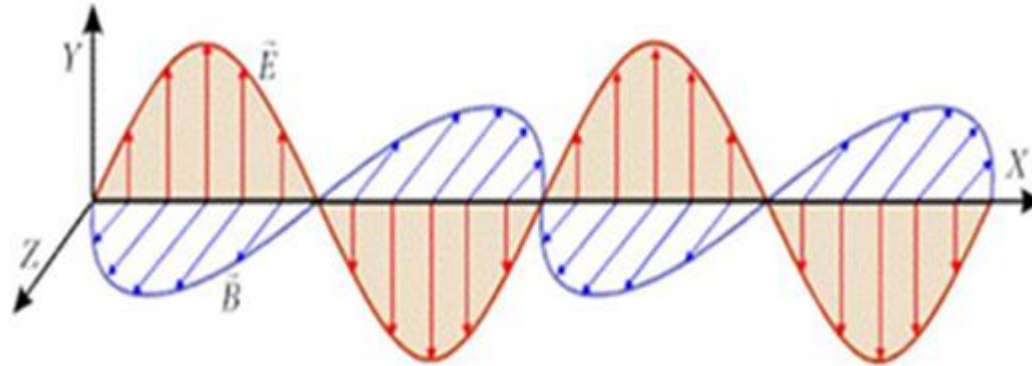
scattering



**Rozpraszanie światła - liczba fotonów nie ulega zmianie, ale intensywność światła w kierunku propagacji maleje ponieważ część fotonów zmienia kierunek.**  
**Rozpraszanie: elastyczne i nieelastyczne.**

**Jeśli intensywność światła jest bardzo duża, pojawiają się efekty nieliniowe.**

# Prędkość fazowa fali em.



**W próżni**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$

**W ośrodku**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n}$$

# Oddziaływanie światła z materią

Właściwości optyczne ośrodka absorbującego światło opisuje zespolona funkcja dielektryczna:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + i\epsilon_2$$

Ponieważ  $\tilde{n} = \sqrt{\tilde{\epsilon}} \longrightarrow \tilde{n} = n + i\kappa$

gdzie  $\kappa$  to współczynnik ekstynkcji.  
Po przekształceniu otrzymujemy:

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon_1$$

$$2n\kappa = \epsilon_2$$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

Małe  $\kappa$  - ośrodek  
przezroczysty



$$n = \sqrt{\epsilon_1} \quad \kappa = \frac{\epsilon_2}{2n}$$

# Pochłanianie światła (absorpcja)

Załóżmy, że na substancję pada płaska fala elektromagnetyczna monochromatyczna:

$$E = E_0 e^{i(kx - \omega t)} = E_0 e^{i\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)} = E_0 e^{i\omega\left(\frac{x}{c}\tilde{n} - t\right)}$$

$$= E_0 \underbrace{e^{i\omega\left(\frac{x}{c}\tilde{n} - t\right)}}_{\text{zmiana fazy}} \underbrace{e^{-\frac{\omega\kappa x}{c}}}_{\text{pochłanianie}} \quad \longrightarrow \quad \kappa - \text{opisuje pochłanianie fali w ośrodku}$$

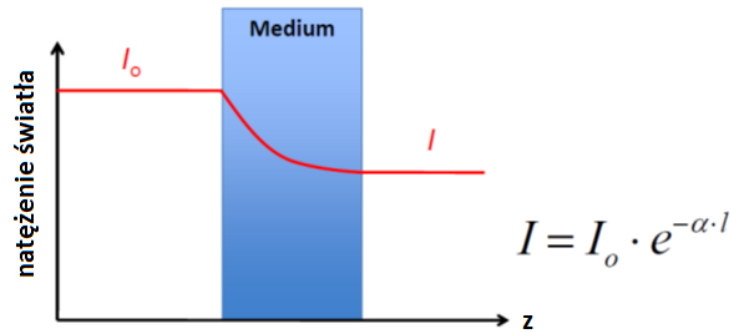
Prędkość fazowa jest zdefiniowana przez część rzeczywistą wsp. załamania:  $v = c/n$

$$I \sim E_m^2 \quad I = I_0 e^{-2\frac{\omega\kappa}{c}x} = I_0 e^{-\alpha x} \quad \text{prawo Lamberta – Beera}$$

$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$  - współczynnik pochłaniania zwany także współczynnikiem absorpcji.

$\omega = \frac{2\pi}{T}$  nie zależy od długości fali,  $\kappa$  zależy od  $\lambda$ , więc  $\alpha$  też zależy od  $\lambda$

# Prawo Lamberta-Beera



Natężenie światła  $I = \frac{P}{S}$   $I(z) = I_0 e^{-\alpha z}$   $\frac{\ln x}{\log x} = \ln 10$

Gęstość optyczna (absorbancja)  $O.D. = -\log\left(\frac{I(l)}{I_0}\right) = -\log T = \frac{\alpha l}{\ln 10} = 0,434\alpha l$

Absorbancja naturalna, ekstynkcja  $E = \ln \frac{I_0}{I_t} = -\ln T$

## **$n$ i $k$ oraz $R$ i $\alpha$**

**Współczynnik odbicia (przy prostopadłym padaniu) jest dany wzorem:**

$$R = \left| \frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right|^2 = \frac{(n - 1)^2 + \kappa^2}{(n + 1)^2 + \kappa^2}$$

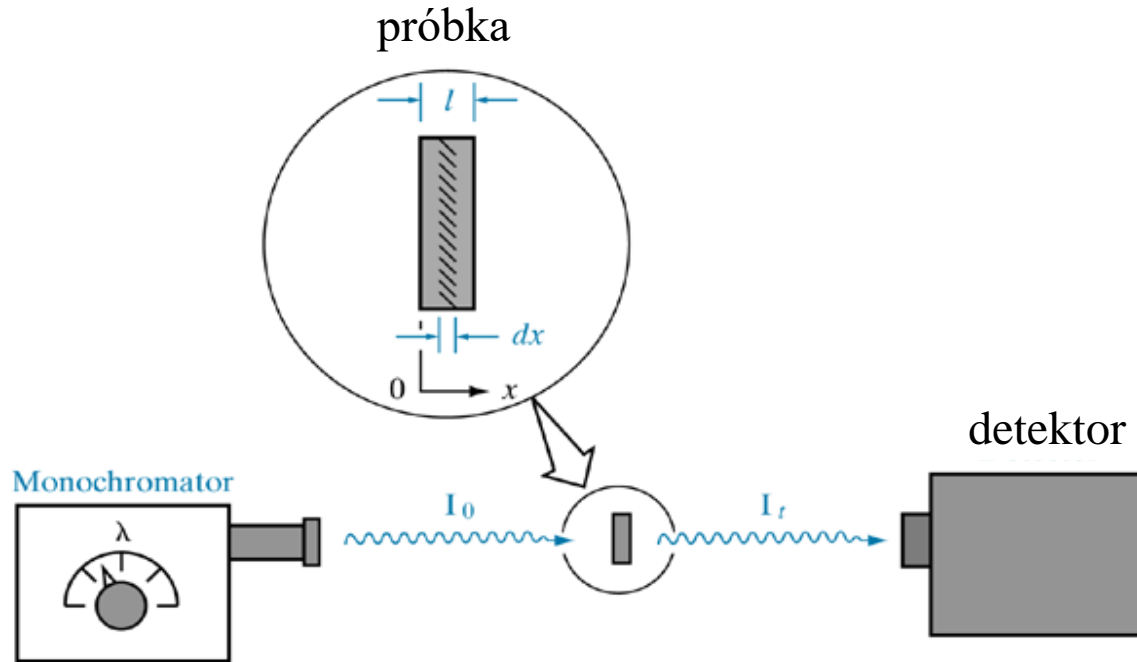
**Współczynnik absorpcji:**

$$\alpha = \frac{2\omega\kappa}{c}$$

**Wszystkie wielkości charakteryzujące odpowiedź danego ośrodka na pole elektromagnetyczne są funkcjami częstości  $\omega$  !**

**W ośrodkach przezroczystych pochłanianie jest bardzo słabe i  $\kappa$  jest bardzo małe. Stąd zwykle stabelaryzowane współczynniki załamania oraz funkcja dielektryczna dla tych ośrodków są rzeczywiste.**

# Pomiar widma współczynnika absorpcji



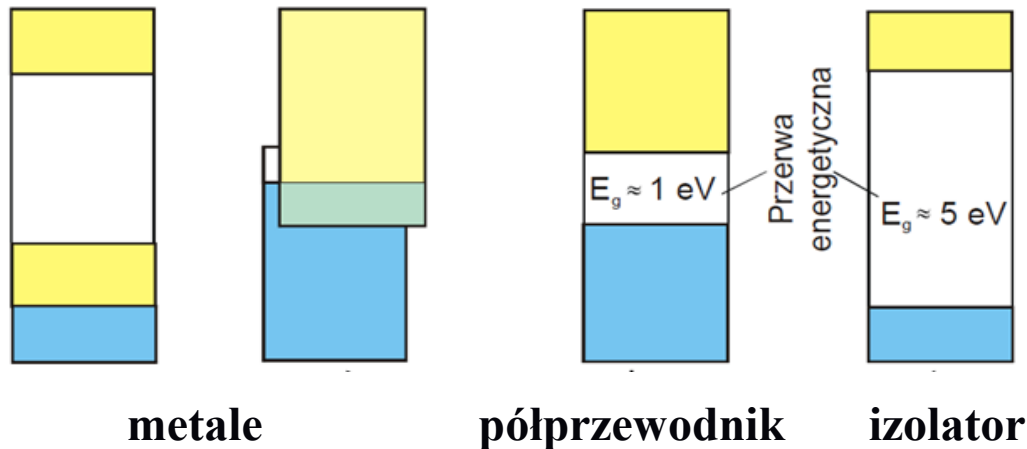
$\alpha$  duże, R małe  $I_t = I_0 e^{-\alpha d}$   $\longrightarrow$   $\alpha(\lambda)$

**Wielkość, która określa jak światło o określonej  $\lambda$  wnika do ośrodka nazywa się głębokością wnikania:**

$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$

**Dla tej głębokości transmitancja**  $\mathbf{T} = \frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{e}$

# Metale, izolatory, półprzewodniki



To podejście tłumaczy:

- małą oporność metali w niskiej  $T$  (brak przerwy wzbronionej: stany wolne znajdują się w sąsiedztwie stanów zajętych elektronami);
- większą oporność półprzewodników i największą - izolatorów (im większa  $E_g$ , tym mniejsze prawdopodobieństwo, że elektron znajdzie się w pasmie przewodnictwa);

$$p \sim e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

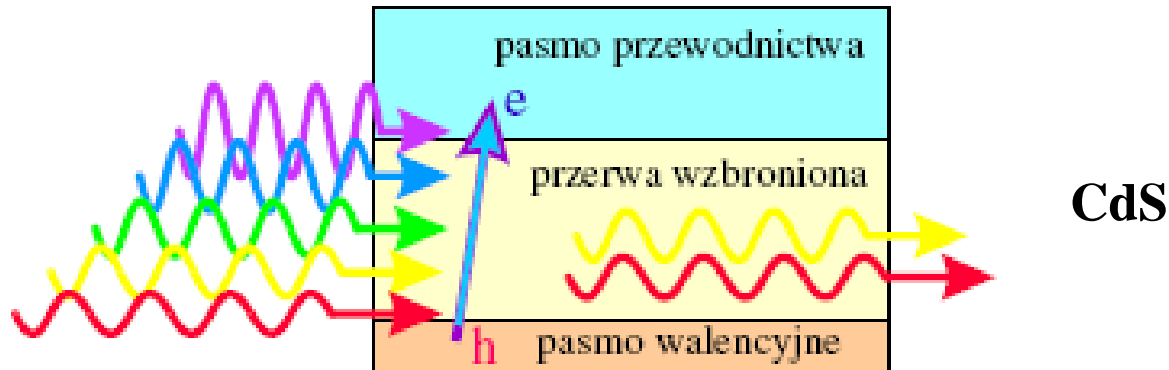
- wykładniczy spadek oporności półprzewodników ze wzrostem temperatury (im wyższa temperatura, tym większe prawdopodobieństwo, że elektron znajdzie się w pasmie przewodnictwa).

# Krawędź absorpcji

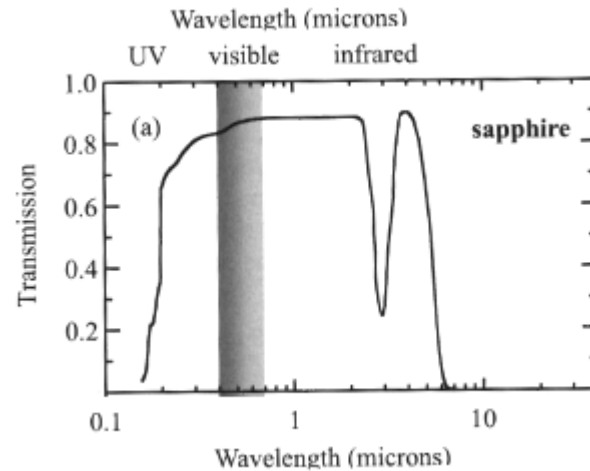
To podejście tłumaczy również występowanie krawędzi absorpcji w półprzewodnikach i izolatorach (tylko fotony o energii większej od  $E_g$  zostaną zaabsorbowane):

$$E_F = \frac{hc}{\lambda} = h\nu \geq E_g$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{Js}$$
$$c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$$



# Transmitancja izolatorów



$\text{Al}_2\text{O}_3$

Wsp. załamania:

1.771 (o), 1.763 (e)

M.Fox, Optical Properties of Solids

- W zakresie, w którym absorpcja jest znikoma, można założyć, że  $\tilde{n} = n = 1.77$ . Wówczas współczynnik odbicia:

$$R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 0.077$$

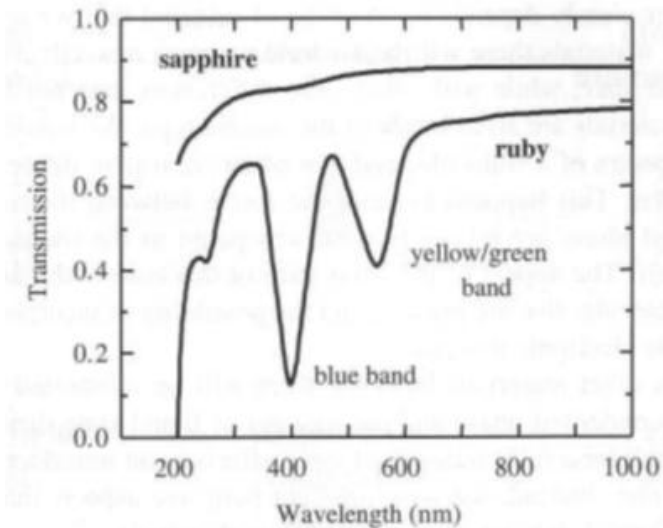
Współczynnik transmisji (transmitancja):

$$T = \frac{1-R}{1+R} = 0.86 \quad \text{Transmitancja: } T(\%) = 86\%$$

- Minimum ok.  $3\mu\text{m}$  oraz spadek transmisji  $> 6\mu\text{m}$  - absorpcja na drganiach sieci.
- Dla  $\lambda < 0.2\mu\text{m}$  - spadek związany z krawędzią absorpcji

# Transmitancja kryształów

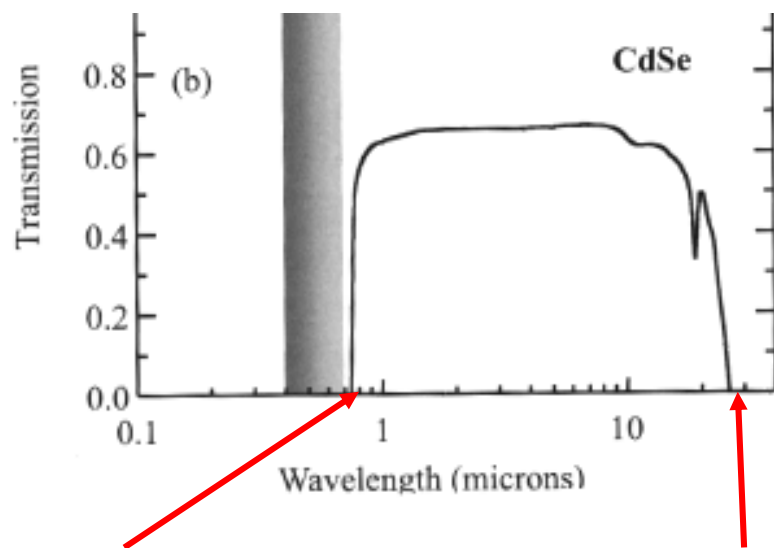
Crystal	Common name	Transparency range ( $\mu\text{m}$ )	Birefringent	$n$
$\text{Al}_2\text{O}_3$	sapphire	0.2 – 6	yes	1.771 (o), 1.763 (e)
$\text{BaF}_2$		0.2 – 12		1.476
Diamond		0.25 – > 80		2.424
KBr		0.3 – 30		1.564
KCl		0.21 – 25		1.493
KI		0.3 – 40		1.673
$\text{MgF}_2$		0.12 – 8	yes	1.379 (o), 1.390 (e)
NaCl	salt	0.21 – 20		1.55
NaF		0.19 – 15		1.326
$\text{SiO}_2$	quartz	0.2 – 3	yes	1.546 (o), 1.555 (e)
$\text{TiO}_2$	rutile	0.45 – 5	yes	2.652 (o), 2.958 (e)



## Transmitancja szafiru ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 3mm) i rubinu ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ z 0.05%Cr, 6mm)



# Transmitancja półprzewodników



Crystal	Transparency range ( $\mu\text{m}$ )	$\lambda_g$ ( $\mu\text{m}$ )	$n$
Ge	1.8–23	1.8	4.00
Si	1.2–15	1.1	3.42
GaAs	1.0–20	0.87	3.16
CdTe	0.9–14	0.83	2.67
CdSe	0.75–24	0.71	2.50
ZnSe	0.45–20	0.44	2.41
ZnS	0.4–14	0.33	2.20

**Absorpcja pasmo-pasmo**    **Absorpcja na fononach**

# Rozpraszanie światła

**Intensywność światła, które ulega rozproszeniu przy przejściu przez ośrodek o grubości  $z$ :**

$$I(z) = I_0 \exp(-N\sigma_s z)$$

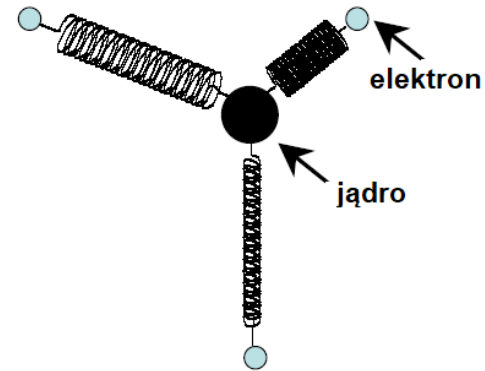
**gdzie  $N$  – liczba centrów rozpraszających w jednostce objętości,  $\sigma_s$  - przekrój czynny na rozpraszanie.**

**Rozpraszanie Rayleigha: jeśli rozmiar centrów rozpraszających jest znacznie mniejszy od długości fali (błękit nieba)**

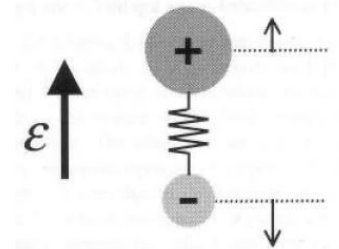
$$\sigma_s(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

# Oscylator harmoniczny w ciele stałym

**Półprzewodnik lub izolator**  
**Oscylator - elektron związany**



**Molekuły polarne (NaCl, H<sub>2</sub>O),**  
**kryształy jonowe, drgania sieci**



**Metal**  
**Elektrony swobodne**

# Dielektryki

Oscylator Lorentza z siłą tłumiącą, o częstości bliskiej  $\omega_0$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE \quad E(t) = E_0 \cos \omega t = \text{Re}(e^{-i\omega t})$$

Z rozwiązania otrzymujemy :

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

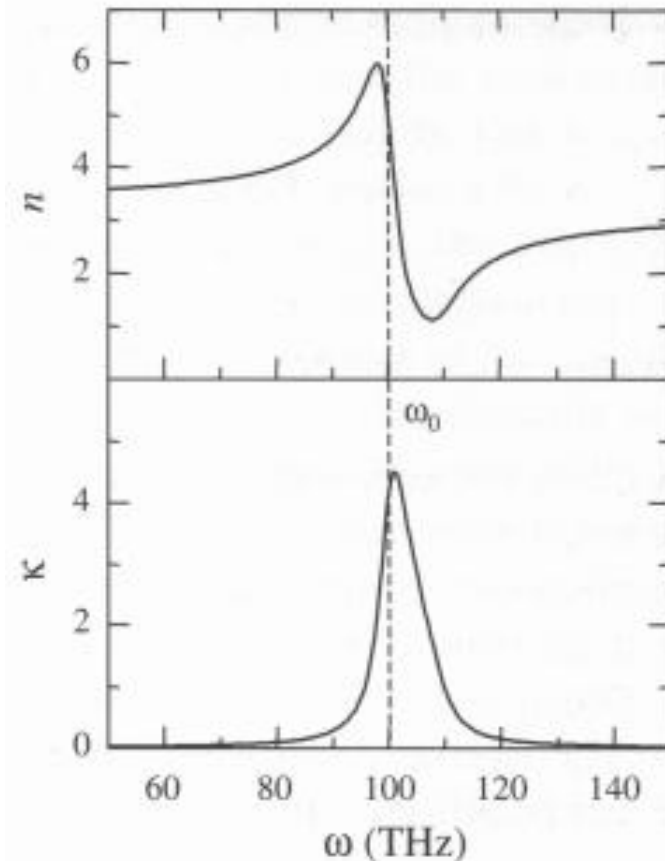
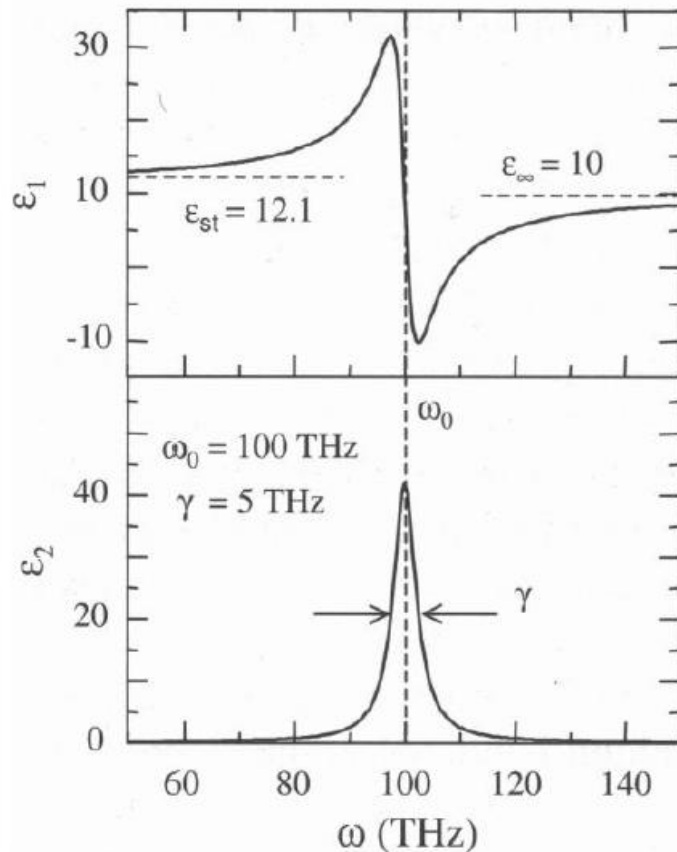
$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left(\frac{F}{m}\right)$  - przenikalność dielektryczna próżni

$\varepsilon_r$  - funkcja dielektryczna

# Funkcja dielektryczna w pobliżu rezonansu, $n$ i $\kappa$

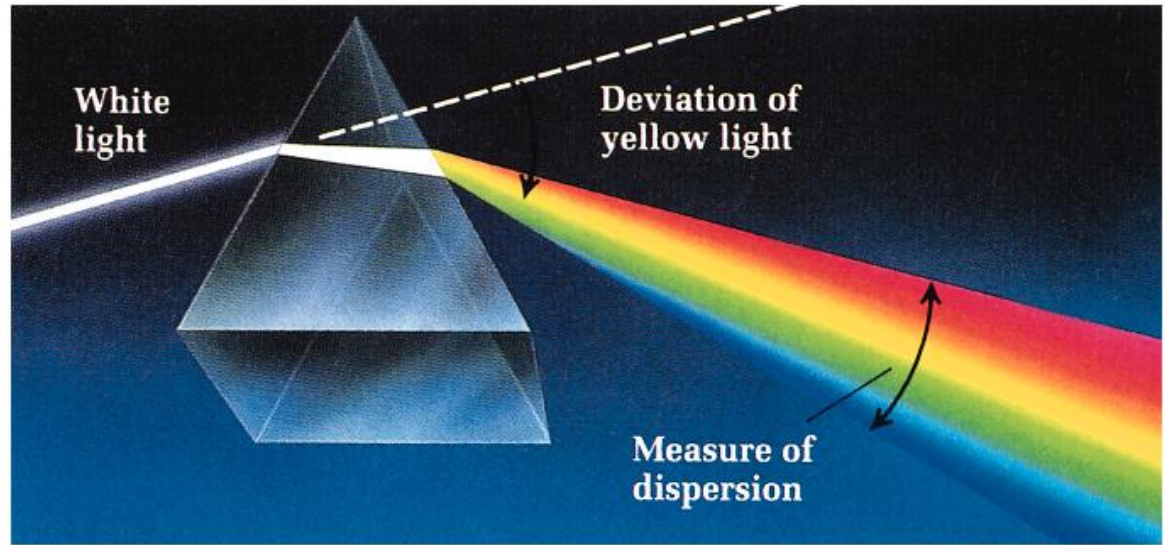
$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} (\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

$$\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\epsilon_1 + \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2})^{1/2}$$

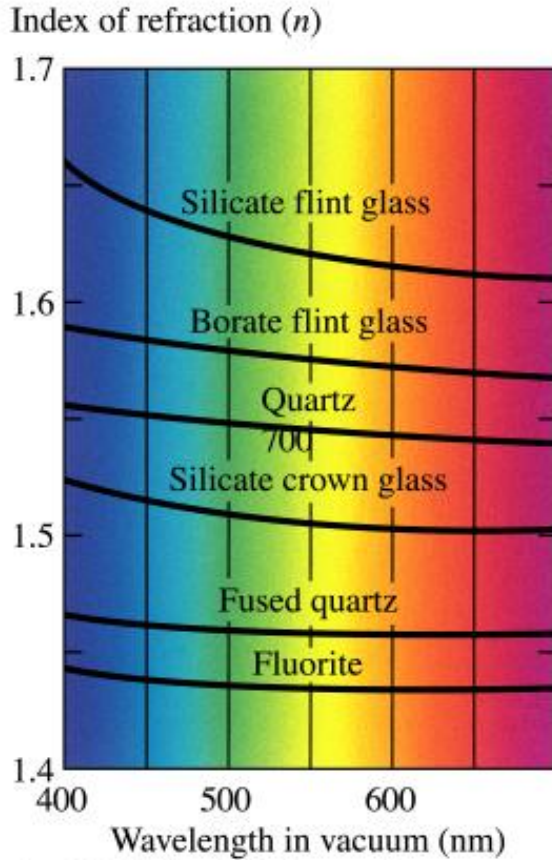


# Dyspersja (rozszczerpiecie)

$$n = f(\lambda)$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j \omega} \quad \rightarrow$$

$$n^2 = 1 + \sum_j \frac{A_j \lambda^2}{(\lambda^2 - \lambda_j^2)} \quad \rightarrow \quad n = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2} + \frac{C_3}{\lambda^4} + \dots$$

Równ. Sellmayer'a

Równ. Cauchy'ego

# Metale

## Właściwości:

- połyskliwa, gładka powierzchnia
- ciągliwość i kowalność
- dobre przewodnictwo elektryczne
- dobre przewodnictwo cieplne

Właściwości te wynikają z faktu, że w metalach koncentracja nośników swobodnych jest bardzo duża. Nośniki te pochodzą z powłok walencyjnych atomów metalu. Elektrony nie są związane z konkretnym jonem dodatnim i mogą się swobodnie poruszać.

Elektrony swobodne nie doświadczają siły przeciwdziałającej wychyleniu w polu elektrycznym

# Model Drudego - odbicie metaliczne

Traktujemy ruch elektronu w ośrodku pod wpływem pola elektrycznego fali elektromagnetycznej, jak ruch w ośrodku z tłumieniem:

$$m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + m_0 \gamma \frac{dx}{dt} = -eE(t) \quad E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

Rozwiązanie  
w dielektrykach:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

Rozwiązanie dla metali:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \frac{1}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\gamma\omega)}$$

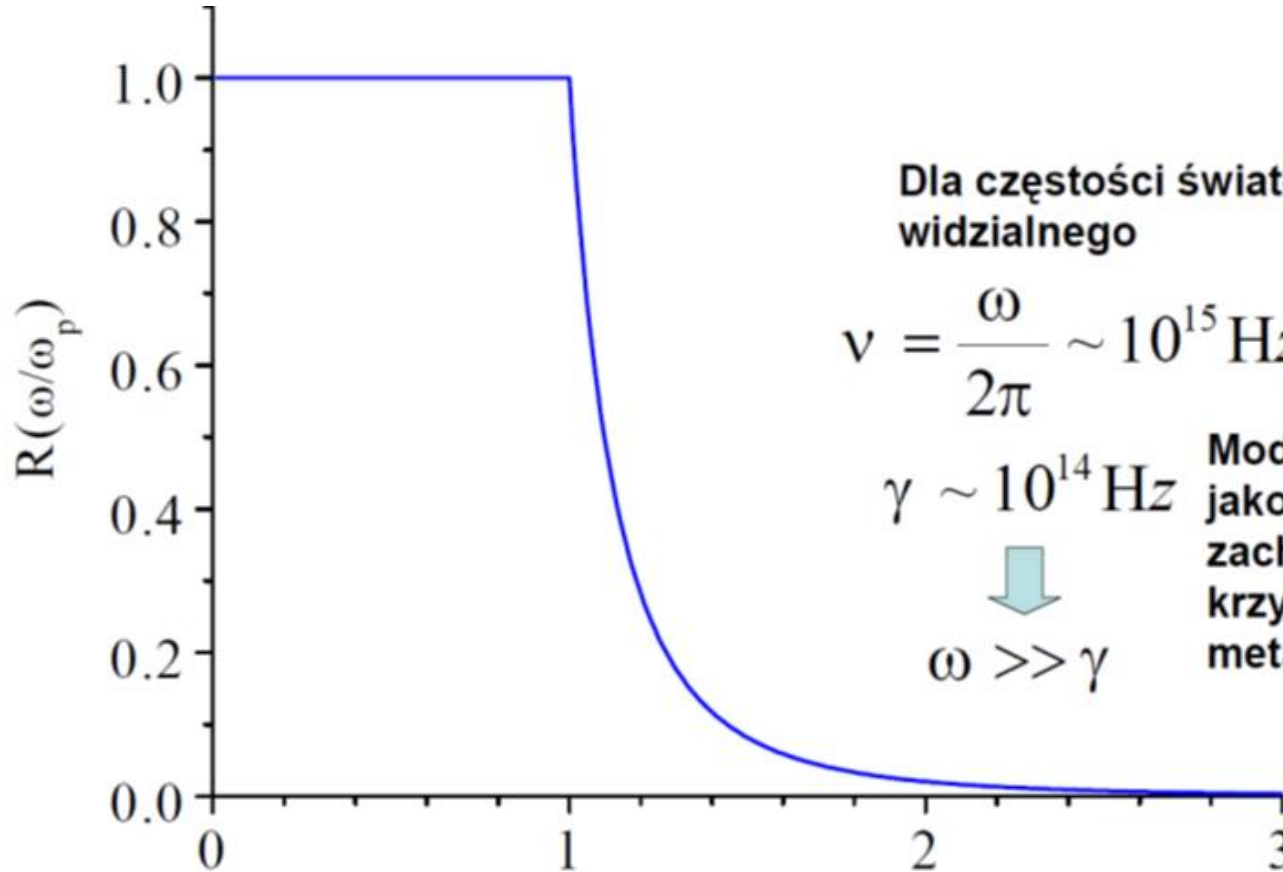
$$\omega_p = \left( \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

➔ Częstość plazmowa

# Współczynnik odbicia dla metali i półprzewodników silnie domieszkowanych

$$\omega \rightarrow \infty, R \rightarrow 0$$

$$\omega = \omega_p, R = 1$$



Dla częstości światła z obszaru widzialnego

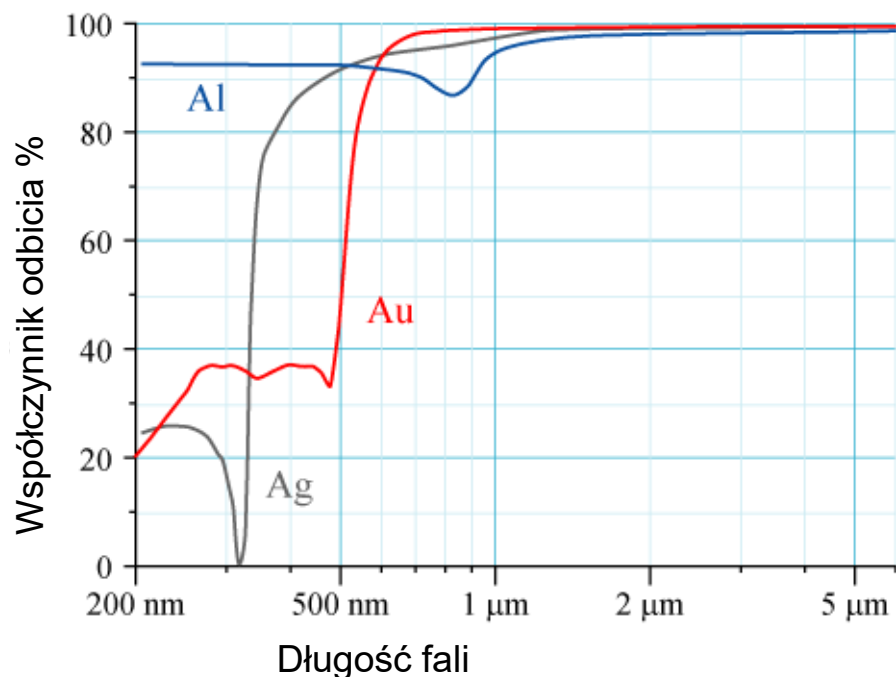
$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \sim 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\gamma \sim 10^{14} \text{ Hz}$$

↓  
 $\omega \gg \gamma$

Model Drudego jakościowo opisuje zachowanie krzywej odbicia metali.

# Współczynnik odbicia dla metali



Metal	Valency	$N$ ( $10^{28} \text{ m}^{-3}$ )	$\omega_p/2\pi$ ( $10^{15} \text{ Hz}$ )	$\lambda_p$ (nm)
Li (77 K)	1	4.70	1.95	154
Na (5 K)	1	2.65	1.46	205
K (5 K)	1	1.40	1.06	282
Rb (5 K)	1	1.15	0.96	312
Cs (5 K)	1	0.91	0.86	350
Cu	1	8.47	2.61	115
Ag	1	5.86	2.17	138
Au	1	5.90	2.18	138
Be	2	24.7	4.46	67
Mg	2	8.61	2.63	114
Ca	2	4.61	1.93	156
Al	3	18.1	3.82	79

W tabeli podano częstości plazmowe obliczone ze wzoru

$$\omega_p = \left( \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_0} \right)^{1/2}$$

Minimum odbicia dla złota ok. 500nm jest związane z absorpcją wewnątrz pasmową, która odpowiada za żółte zabarwienie złota. Dotyczy to również minimum ok. 800nm dla Al i minimum ok. 320nm dla Ag